Fast Higher-order Term Rewriting for Model Checking Purposes

Rick Erkens

Eindhoven University of Technology The Netherlands

July 1st 2019

Term Rewriting for Model Checking

< 6 b

Model checking with the mCRL2 toolset



Term Rewriting for Model Checking

▶ < ■ ト ■ つへで July 1st 2019 2/5

State space explosion

- LTS could contain many, many states
- A powerful rewriter is needed
- As of now, the choice of rewriter matters a lot performance-wise

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters.

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms?

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x} \cdot t$

∃ ▶ ∢

• • • • • • • • • •

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x} \cdot t$

Types?

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x} \cdot t$

Types? Simple.

 $\tau ::= \tau_{basic} \mid \tau \times \cdots \times \tau \to \tau$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 >

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x} \cdot t$

Types? Simple. $\tau ::= \tau_{basic} \mid \tau \times \cdots \times \tau \to \tau$

Rewrite rules?

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 >

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x} \cdot t$

Types? Simple. $\tau ::= \tau_{basic} \mid \tau \times \cdots \times \tau \to \tau$

Rewrite rules? Constraint rewrite rules.

 $c: \ell \to r$ with c of type \mathbb{B} and ℓ first-order pattern.

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x} \cdot t$

Types? Simple. $\tau ::= \tau_{basic} \mid \tau \times \cdots \times \tau \to \tau$

Rewrite rules? Constraint rewrite rules.

 $c: \ell \to r$ with c of type $\mathbb B$ and ℓ first-order pattern.

Rewrite step?

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

mCRL2: Process algebra with higher-order terms as data patameters. Terms? Higher-order.

Well typed terms of the grammar $t ::= x | f | t(\vec{t}) | \lambda \vec{x}.t$

Types? Simple. $\tau ::= \tau_{basic} \mid \tau \times \cdots \times \tau \to \tau$

Rewrite rules? Constraint rewrite rules.

 $c: \ell \to r$ with c of type $\mathbb B$ and ℓ first-order pattern.

Rewrite step? Application of a rule + β -reduction, both closed under contexts.

 $C[t] \rightarrow_R C[r^{\sigma}]$ if there exists a substitution σ and a rewrite rule $c: \ell \rightarrow r$ such that $t = \ell^{\sigma}$ and $c^{\sigma} \rightarrow_R^*$ true. $C[(\lambda \vec{x}.t)(\vec{t})] \rightarrow_R C[t[\vec{x}:=\vec{t}]]$



イロト イヨト イヨト イヨト



• that performs well,

- that performs well,
- that we understand,

(I) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1)) < ((1))

- that performs well,
- that we understand,
- that is relatable to the theory of rewriting,

• • • • • • • • • • • •

- that performs well,
- that we understand,
- that is relatable to the theory of rewriting,
- that has a clear documentation for users on the limitations of the formalism,

- that performs well,
- that we understand,
- that is relatable to the theory of rewriting,
- that has a clear documentation for users on the limitations of the formalism,
- that allows for optimisation.

< 6 b